

非线性朗道-基纳隧穿

吴 飙

(中国科学院 物理研究所, 北京 100080)

摘要:介绍一种新的量子隧穿——非线性朗道-基纳隧穿. 这种隧穿一般发生在有相互作用的二能级系统中, 比如光晶格中的玻色-爱因斯坦凝聚物和分子磁体. 相对于传统的线性朗道-基纳隧穿, 非线性朗道-基纳隧穿由排斥相互作用带来的非线性会增强隧穿的概率. 特别是当非线性非常强时, 系统的绝热性会遭到破坏; 一个无穷小的线性驱动都会造成有限的隧穿概率.

关键词:朗道-基纳隧穿; 两能级系统; 绝热演化

中图分类号: O 469

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2006)12-0001-04

朗道-基纳隧穿(Landau-Zener tunnelling)是一种非常基本的量子现象, 它描述一个系统在外场线性驱动下在相邻能级间的量子隧穿. 这个现象是1932年由3个物理学家: 朗道^[1]、基纳^[2]和斯塔克伯格(Stueckelberg)^[3]独立在理论上发现的, 因此也称为朗道-基纳-斯塔克伯格隧穿. 不知何故, 文献中更多地称之为朗道-基纳隧穿. 这种隧穿相当普遍地存在于很多系统中, 并有广泛的应用, 比如化学反应系统、核物理系统和自旋体系等. 虽然发现这个现象已有七十多年, 但人们对它的研究热情却一直未减. 最近仍不断有在一些新的物理体系中观测到这个现象的报道, 比如冷原子体系^[4]、超晶格^[5]和超导器件^[6].

描述朗道-基纳隧穿的数学相当简单. 考虑一个由以下矩阵方程描述的线性二能级系统(已将所有变量无量纲化):

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \gamma & v \\ v & -\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中 ϕ_1, ϕ_2 是系统波函数在两个量子态上的分量.

这个系统有两个本征值 $\mu = \pm \sqrt{\gamma^2 + v^2}/2$. 图1显示了这两个本征能级是如何随 γ 变化的. 当 $\gamma = 0$ 时, 两能级间的能隙最小; 朗道-基纳隧穿发生在外场 γ 随时间线性变化时, 也就是 $\gamma = \alpha t$ 时.

这个线性二能级模型可以用来描述很多具体的物理系统, 比如一个在均匀磁场中的自旋为 1/2 的

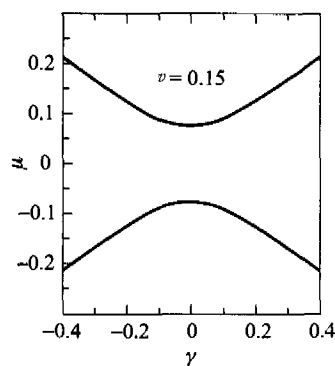


图1 线性二能级模型的能级

粒子. 对于这个例子, 式(1)中的 v 来自磁场 x 分量和自旋的相互作用, 而 γ 则来自磁场的 z 分量. 于是, γ 的变化就是磁场的 z 分量随时间的变化. 而 ϕ_1, ϕ_2 代表粒子自旋的两个分量.

假设这个系统一开始($t = -\infty$)处于低能级, 随着外场的变化, 系统将有可能从低能级隧穿到高能级, 这种隧穿就叫朗道-基纳隧穿. 这个隧穿概率的解析表达式为^[2]

$$r = \exp\left(-\frac{\pi v^2}{2\alpha}\right) \quad (2)$$

这个结果有两个有趣的极限情况: 1) 当磁场变化极快时($\alpha \rightarrow \infty$), 由上式可知隧穿概率 $r = 1$, 这就是粒子完全由低能级跃迁到高能级的情况; 2) 当磁场变化很缓慢时($\alpha \rightarrow 0$), 也就是在绝热极限下, 隧穿概

率为零($r=0$),这表明隧穿不会发生,粒子会始终待在低能级.这个结果和著名的量子绝热定理^[7]是吻合的,即在绝热演化中能级之间没有隧穿,系统会始终处于初始时刻的本征态上.

随着科学技术的发展,人们开始发现一些新的物理体系,比如加速光晶格中的玻色-爱因斯坦凝聚物^[8]和在扫描磁场中的分子磁体^[9,10].在这些物理体系中同样有两个能级,有一个线性外界驱动,但这类体系中能级间的隧穿不能再用朗道-基纳隧穿描述,原因是这些体系中存在相互作用:在玻色-爱因斯坦凝聚物中,原子间有相互散射;在分子磁体里,自旋间有磁偶极相互作用.式(1)描述的是无相互作用的系统,不适用于有相互作用的系统.我们可以打个比喻,如图 2 所示,一个人(无相互作用)穿过滑门和许多人(有相互作用)一起穿过滑门是非常不一样的.人与人之间的拥挤(相互作用)显然会影响穿过滑门的机会.这就提出了一个问题,如何讨论有相互作用体系中的朗道-基纳隧穿?

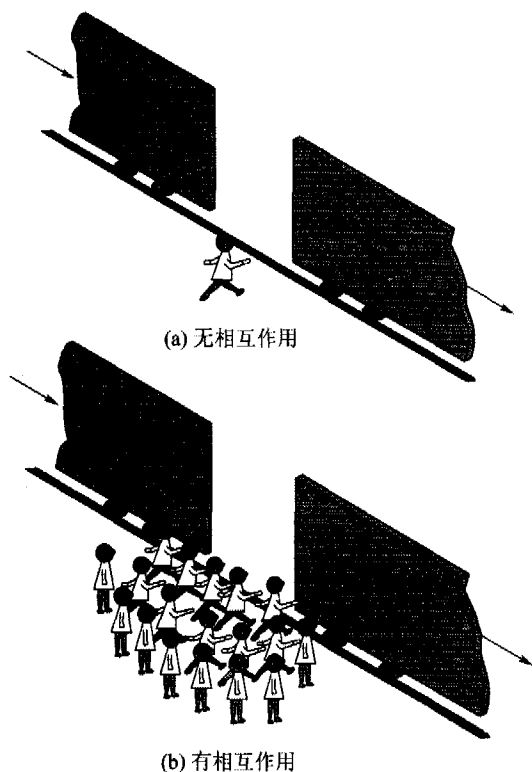


图 2

为描述这类系统和计算相互作用对隧穿的影响,我们在 2000 年提出了下面这个非线性二能级模型^[8]:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \gamma + \xi & v \\ v & -\gamma - \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\xi = c(|\phi_2|^2 - |\phi_1|^2) \quad (4)$$

这个非线性二能级模型比前面所述的线性二能级模型多了一个非线性项 ξ ,它是对粒子间相互作用的一种平均场描述,式中 c 为相互作用常数.研究发现,这个非线性项不仅会对朗道-基纳隧穿在量上有影响,更重要的是它会在本质上改变朗道-基纳隧穿在绝热极限下的行为.我们称这一类行为为非线性朗道-基纳隧穿.当有相互作用时,即 $c \neq 0$ 时,对于隧穿概率我们不再能给出如式(2)那样的解析表达式,但可以通过数值计算来得到隧穿概率(在我们的计算中,总是假定系统初始时完全处于低能级).图 3 显示了能级间的隧穿概率随相互作用的变化关系,显然,隧穿概率随着相互作用的增强而变大,也就是说,粒子间的相互作用会加强隧穿.更有趣的结果在图 4 中,当 $c=0, 10 < v$ 时,隧穿概率随外场扫描速率 α 的减小而趋于零,这和无相互作用时隧穿概率的变化规律(见式(2))是一致的.但是当 $c=0, 2 > v$ 时,随着外场扫描速率 α 的减小,隧穿概率则不趋于零.换句话说,即使在绝热极限下,当外场变化非常慢时,系统总是有概率从低能级跃迁到高能级.我们的研究表明,只要相互作用常数 $c > v$,系统就会有这种奇特而有趣的绝热行为.读者可能注意到了图 3 和图 4 中的数据有一些小的涨落,这是由于我们的数值计算造成的,是非物理的.

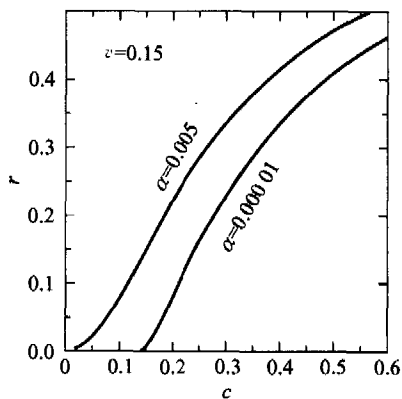


图 3 隧穿概率随相互作用常数 c 的变化关系

那么,如何理解这种奇特行为呢?我们来考虑非线性模型的能带.对于由式(3)表示的这类非线性系统,可以类似地定义本征态:

$$\mu \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \gamma + \xi & v \\ v & -\gamma - \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

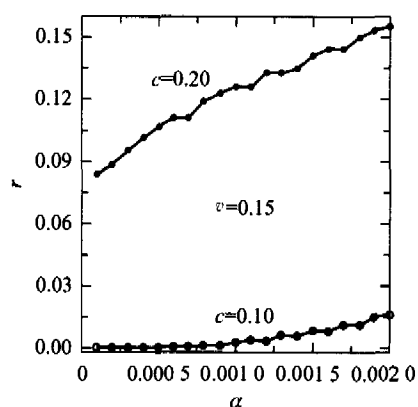
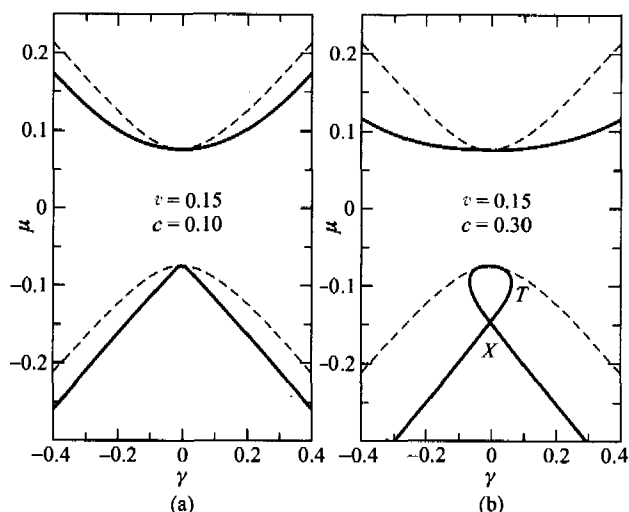


图 4 隧穿概率和外场扫描速率的关系

数值地解出这个方程,就能得到如图 5 所示的能带图.研究发现,相互作用会改变系统的能带:当 $c < v$ 时,系统的能带相对于无相互作用时有量上的变化,如图 5(a);当 $c > v$ 时,系统的能带则有了质的变化,一个环状结构出现在低能带上,如图 5(b) 所示.正是这个环状结构造成了系统在绝热极限下的奇特行为.假设系统初始时处于低能带,随着外场 γ 的缓慢变化,系统会随着低能带演化,穿过 X 点到达环形的边界 T 点,这时 γ 在继续增大,而系统却不再有能带可以跟踪,被迫发生能带间的隧穿.这就造成了系统在绝热极限下也会发生能级间的隧穿.对这个现象可作一个形象的比喻.如图 2 所示,当一个人过滑门时,如果滑门速度慢,他总能顺利通过;而当很多人同时过时,无论滑门多慢,都可能由于过度拥挤而过不去.人过滑门这一形象比喻对应于非线性二能级系统中不发生隧穿现象.另外,这个现象还可以通过经典相图来理解,详细内容请参看文献[11].

我们是在研究光晶格中的玻色-爱因斯坦凝聚物(BEC)这个非常具体的物理系统时提出非线性二能级系统的^[8].对于这个具体的系统,图 5 中显示的是 BEC 在布里渊边界的能带;而式(3)则是对这个 BEC 系统在布里渊区边界附近行为的一个近似描述.后来这个近似结果得到了更精确数值结果的验证^[12,13].另外,当时我们提出了一个理论预言:相互作用会加强能级间的隧穿概率.最近意大利的一个实验小组验证了我们当时的理论预言^[14],他们在这个实验中研究了光晶格中 BEC 能带间的隧穿.我们的后续研究发现,由于分子自旋间的磁偶极相互作用,非线性朗道-基纳隧穿同样存在于分子磁体中^[10].我们利用非线性二能级模型成功地解释了一个长期困扰大家的实验结果:分子磁体里的隧穿劈

图 5 非线性二能级模型的能级.虚线表示的是无相互作用时($c=0$)系统的能级

裂(tunnel splitting)依赖磁场的扫描速率^[9].这表明非线性朗道-基纳隧穿是一个非常普遍的量子现象,有理由相信它会在更多的系统中被发现.

对于非线性二能级系统在绝热极限下的奇特行为,可作如下理解.由于这一系统是个非线性量子系统,这个行为其实有一个更深刻的理论含义:量子绝热定理不适用于非线性量子系统.换句话说,对于非线性量子系统,我们需要修正量子绝热定理.在文献[15]中,我们成功地将量子绝热定理推广到非线性量子系统,建立了非线性量子绝热定理,并且通过这个工作,我们发现从数学角度来看,量子绝热定理其实就是经典绝热定理^[16]的一个特例.由于此工作涉及一些抽象的概念,我们在这里不再详细讨论.

参考文献:

- [1] Landau L D, Lifshitz E M. Quantum Mechanics [M]. New York: Pergmon, 1976.
- [2] Zener C. Non-adiabatic crossing of energy levels [J]. Proc R Soc London, 1932, A137: 696.
- [3] Stueckelberg E C G. Theorie der unelastischen Stösse zwischen Atomen [J]. Helv Phys Acta, 1932(5): 369.
- [4] Bharucha C F, Madison K W, Morrow P R, et al. Observation of atomic tunneling from an accelerating optical potential [J]. Phys Rev, 1997, A55: R857.
- [5] Sibille A, Palmier J F, Laruelle F. Zener Interminiband Resonant Breakdown in Superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1998, 80: 4 506.
- [6] Izmailkov A, Grajcar M, Ilichev E, et al. Evidence for Entangled States of Two Coupled Flux Qubits [J]. Euro-

- phys Lett, 2004, 65: 844.
- [7] Messiah A. Quantum Mechanics[M]. New York: Dover, 1999: 754.
- [8] Wu Biao, Niu Qian. Nonlinear Landau-Zener tunneling [J]. Phys Rev, 2000, A61: 023 402.
- [9] Wernsdorfer W, Sessoli R, Caneschi A, et al. Landau-Zener method to study quantum phase interference of Fe8 molecular nanomagnets [J]. J Appl Phys, 2000, 87: 5 481.
- [10] Liu Jie, Wu Biao, Fu Libin, et al. Quantum setp heights in hysteresis loops of molecular magnets [J]. Phys Rev, 2002, B 65: 224 401.
- [11] Liu Jie, Fu Libin, Ou Bi-Yiao, et al. Theory of nonlinear Landau-Zener tunneling [J]. Phys Rev, 2002, A66: 023 404.
- [12] Diakonov D, Jensen L M, Pethick C J, et al. Loop structure of the lowest Bloch band for a Bose-Einstein condensate [J]. Phys Rev, 2002, A66: 013 604.
- [13] Wu Biao, Niu Qian. Superfluidity of Bose-Einstein condensate in an optical lattice: Landau-Zener tunnelling and dynamical instability [J]. New J of Phys, 2003, 5: 104.
- [14] Jona-Lasinio M, Morsch O, Cristiani M, et al. Asymmetric Landau-Zener Tunneling in a Periodic Potential [J]. Phys Rev Lett, 2003, 91: 230 406.
- [15] Liu Jie, Wu Biao, Niu Qian. Nonlinear Evolution of Quantum States in the Adiabatic Regime [J]. Phys Rev Lett, 2003, 90: 170 404.
- [16] Arnold V I. Mathematical Methods of Classical Mechanics[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1978.

Nonlinear Landau-Zener tunnelling

WU Biao

(Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The basic properties of the nonlinear Landau-Zener tunnelling, a new quantum tunnelling phenomenon is reviewed, which is discovered in interacting two-level systems, such as Bose-Einstein condensates in optical lattices and molecule magnets. It is found that the nonlinearity induced by the repulsive interaction can enhance the tunnelling probability compared to the usual linear Landau-Zener tunnelling. When the nonlinearity is strong enough, the adiabaticity can break down; an infinitely small external linear force can cause finite tunnelling probability.

Key words: Landau-Zener tunnelling; two-level system; adiabatic evolution

书讯

精品图书——《邮票上的物理学史》

由北京大学物理学院秦克诚教授编著的《邮票上的物理学史》一书通过邮票,从全新的角度对物理学史,特别是现代物理学史进行了精彩、翔实、准确的叙述,它既是一本物理学史的参考书,也是一本集邮鉴赏和工具书。今年7月,本书获得了吴大猷基金会主办的第三届科学普及著作奖评选原创类金签奖。

本书不但具有较高的学术价值,还有较高的集邮艺术欣赏价值和收藏价值。全书彩色印刷,装帧精美,共有1700余幅彩色图片,收集了世界各国已发行的与物理学有关的邮票共2300余枚。本书读者对象为物理教师、学生、物理学工作者及集邮爱好者等。

本书邮购价:116.00元(含邮挂费)。欲购书者请汇款至:100875 北京师范大学《大学物理》编辑部。